

[文章编号] 1000-1832(2007)01-0126-05

# 分形理论在吉林西部干旱指数预测中的应用

李海毅, 汤洁, 斯蔼

(吉林大学环境与资源学院, 吉林长春 130026)

**[摘要]** 干旱指数反映了气候的干旱程度, 干旱指数的年际变化能够体现一个地区气候的演变. 吉林西部降水不足, 蒸发量大, 干旱程度逐渐加剧. 应用分形理论, 首先进行了吉林西部 1951—2003 年共 53 a 干旱指数的 R/S 分析, 计算出 Hurst 系数, 结果表明吉林西部的干旱指数在时间序列上具有显著的自相似性. 在此基础上, 应用连续变维分形模型预测了 2004—2023 年的干旱指数, 结果表明该区气候将继续向干旱的趋势发展.

**[关键词]** 干旱指数; R/S 分析; Hurst 系数; 连续变维分形; 预测

**[中图分类号]** X 144

**[学科代码]** 170°4510

**[文献标识码]** A

分形理论是由美国科学家 Mandelbrot 于 20 世纪 70 年代中期创立. 所谓分形(fractal)原指“不规则的、分数的、支离破碎的”, 其核心是自我相似性<sup>[1]</sup>. 描述分形的特征量是分形维数, 简称分维<sup>[2]</sup>. 1967 年, B. B. Mandelbrot 在《科学》杂志发表了“英国的海岸线有多长”的论文<sup>[3]</sup>, 标志着分形概念的产生. 分形理论的产生加深了人们对自然界不规则几何体的认识<sup>[4-5]</sup>, 使人们能够借助于事物内部的自相似性来洞察隐藏于混乱现象中的精细结构, 为人们从局部认知整体、从有限认知无限提供了新的思路和工具. 分形理论目前已在地理学、地球物理、生物学、计算机仿真学等众多学科中被广泛应用<sup>[6-7]</sup>.

目前, 分形的一般定义是指某种结构或过程的特征从不同的空间、时间尺度来看都是相似的, 或者局部结构与整体相似; 或者在整体与整体之间或部分与部分之间, 也会存在自相似性<sup>[8]</sup>. 因此, 可以根据这种自相似性来进行一段时间内某种结构或过程的发展趋势预测.

干旱指数是反映气候干旱程度的指标, 通常定义为多年平均水面蒸发量和降水量的比值, 即

$$r = E_0 / P. \quad (1)$$

式中:  $r$  是干旱指数;  $E_0$  是多年平均水面蒸发量(mm);  $P$  是多年降水量(mm). 多年平均干旱指数  $r$  与气候变化有密切关系, 当  $r < 1.0$  时, 表示该区域蒸发量小于降水量, 为湿润气候; 当  $r > 1.0$  时, 蒸发量超过降水量, 说明气候干旱,  $r$  越大, 即蒸发量超过降水量越多, 干旱程度就越严重<sup>[9]</sup>.

研究表明, 一个地区的多年降水量与蒸发量变化具有分形性质<sup>[7]</sup>, 因此, 可以应用分形方法对未来时段的干旱指数进行预测. 这不仅对干旱指数的传统研究方法进行了推进, 而且对于预防旱涝灾害, 保护人类赖以生存的生态环境具有重要的意义. 本文在概述分形研究方法的基础上, 对吉林西部未来 20 年来的干旱指数进行了预测.

**[收稿日期]** 2006-10-11

**[基金项目]** 国家自然科学基金资助项目(40572170).

**[作者简介]** 李海毅(1969—), 男, 博士研究生; 汤洁(1957—), 女, 博士, 教授, 博士研究生导师, 主要从事生态环境系统工程研究.

## 1 研究区概况

吉林西部位于松嫩平原的西南部,地理位置为东经  $123^{\circ}09' \sim 124^{\circ}22'$ , 北纬  $44^{\circ}57' \sim 45^{\circ}46'$ . 辖白城和松原两个地区市,土地面积为  $47\,011\text{ km}^2$ . 吉林西部属半干旱半湿润的大陆性季风气候区,其显著特点为降水不足、年际降水时空分配不均,多年平均降雨量为  $360 \sim 510\text{ mm}$ ,蒸发量为  $1\,600 \sim 1\,800\text{ mm}$ ,因此本区旱灾严重,有“十年九春旱”的农谚.受全球气候变暖趋势的影响,西部地区冬季较50年代升温  $1.95^{\circ}\text{C}$ ,气温升高将使蒸发量随之增大;同时受东南亚季风的影响,风速大,平均风速3级以上,春季最大风速达到  $20\text{ m/s}$ ,每年  $\geq 8$  级风的日数为  $10 \sim 40\text{ d}$ ,这又加速了地表水分的蒸发,导致干旱程度加剧<sup>[10-14]</sup>.干旱、少雨、多风的气候是本区生态环境恶化的客观原因.因此,利用本区现有的降水量与蒸发量统计资料,研究干旱指数及其变化规律,将有助于政府相关部门做好宏观决策,采取有效措施规避或减缓生态灾难的发生,这对改善吉林西部脆弱的生态环境,指导农业生产具有十分重要的理论与实践意义.

## 2 R/S 分析的基本原理

R/S 分析方法是由英国物理学家 Hurst 在 50 年代提出的. Hurst 通过 60 多年对尼罗河进行的水文测量工作,发现尼罗河流域的干旱不是传统水文统计所设想的那样是一种随机现象,而是干旱越久,就越可能持续干旱.这一发现被分形创始人 Mandelbrot 等从序列具有自相似出发,在理论上进行了证明,继而称之为 Hurst 现象<sup>[7]</sup>. R/S 分析方法在分形理论中应用较广,目前已被广泛应用于旱涝灾害<sup>[7]</sup>、矿产储量<sup>[13]</sup>、气温变化<sup>[14]</sup>、台风路径<sup>[15]</sup>等方面的预测.其主要原理如下:

考虑某物理量序列,  $\{Q(t)\}$ ,  $t=1, 2, \dots$ , 在时间  $T$  内的均值为:

$$\bar{Q} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T Q(t), T=1, 2, \dots \quad (2)$$

在  $t$  时该物理量  $Q$  累计离差为

$$V(t, T) = \sum_{i=1}^t (Q(i) - \bar{Q}), 1 \leq t \leq T, \dots \quad (3)$$

极差为

$$R(t) = V_{\max}(t, T) - V_{\min}(t, T), T=1, 2, \dots \quad (4)$$

标准差为

$$S(t) = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [Q(t) - \bar{Q}]^2}, T=1, 2, \dots \quad (5)$$

Hurst 在分析  $R(t)/S(t) = R/S$  统计规律时,发现存在如下关系式

$$R/S \propto (T/2)^H \quad (6)$$

式中:  $R$  为极差数值;  $S$  为标准差数值;  $T$  为周期;  $H$  为 Hurst 系数.

通过证明,如果  $\{Q(t)\}$  是相互独立、方差有限的随机序列,则有

$$R/S = (T/2)^H \quad (7)$$

Hurst 等人通过研究江河的流量、泥浆的沉积等自然现象后,发现当  $H > 1/2$  时,意味着所研究的物理量时间序列不是相互独立的,而具有相关性.进一步研究结果表明,  $H > 1/2$  时,用平均的观点,过去的一个增长趋势意味着将来的一个增长趋势,即过程具有持久性;  $H < 1/2$  时,过去的增量与未来呈负相关,过程不具有持久性.因此,  $R/S$  分析不但可以用来证实时间序列的自相似性,而且在分形方法中具有很强的预测预报作用<sup>[13-16]</sup>.

## 3 吉林西部干旱指数的 R/S 分析

根据 1951—2003 年吉林西部降水量与蒸发量统计数据<sup>[11, 17-18]</sup>, 本文以 5 a 为时间段, 53 a 共分为 11 个时间段(由于数据原因, 第 11 个时间段为 3 a), 计算了该区的干旱指数, 在此基础上进行 R/S 分析, 通过式(2)~(5)计算出 Hurst 系数, 结果见表 1.

表 1 吉林西部 1951—2003 年干旱指数及 Hurst 系数

时间段	年份	年平均降水量/	年平均蒸发量/	干旱指数	Hurst 系数
		mm	mm		
1	1951—1955	407	161.7	3.97	0.792
2	1956—1960	510	164.3	3.22	0.612
3	1961—1965	403	177.6	4.41	0.789
4	1966—1970	430	171.7	3.99	0.802
5	1971—1975	368	179.2	4.87	0.635
6	1976—1980	405	180.0	4.44	0.727
7	1981—1985	431	169.5	3.93	0.728
8	1986—1990	440	177.7	4.04	0.761
9	1991—1995	418	171.2	4.10	0.895
10	1996—2000	414	167.0	4.03	0.759
11	2001—2003	365	163.3	4.48	0.709

结果表明, 1951—2003 年吉林西部干旱指数最大值为 4.87, 最小值为 3.22, 平均值为 4.13; Hurst 系数均大于 0.5, 最大为 0.895, 最小为 0.612, 均值为 0.746. 因此得出结论, 吉林西部干旱指数具有自相似性.

## 4 用分形方法预测吉林西部干旱指数

### 4.1 连续变维分形预测的原理

分形可用如下幂指数公式定义:

$$N = \frac{C}{r^D}. \quad (8)$$

式中:  $N$  为与  $r$  有关的样本数目;  $C$  为待定常数,  $D$  为分维数;  $r$  为特征线度, 如时间、长度等.

一般应用的分形方法中, 分维数  $D$  为常数, 这种分形称为常维分形. 对于类似干旱指数这样的非线性分形函数, 常维分形就无法处理. 因此, 通常采用变维分形, 即分维数  $D$  是特征线度  $r$  的函数.

$$D = g(r). \quad (9)$$

对于  $N$  与  $r$  之间的任一函数关系  $N = f(r)$ , 只须令  $f(r) = \frac{C}{r^D}$ , 解出  $D = \frac{\ln C - \ln f(r)}{\ln r}$ , 即可得到变维分形的形式.

经过对比, 本文将  $r$  按自然数序列取值, 令特征线度  $r$  代表时间序列,  $t$  代表实际时间, 应用连续变维分形模型预测吉林西部干旱指数.

$$\text{分维数 } D \text{ 取多项式} \quad D = d_0 + d_1 r + \dots + d_{n-2} r^{n-2}. \quad (10)$$

将(10)式代入(8)式后, 共有  $n$  个未知数:  $C, d_0, d_1, \dots, d_{n-2}$ , 为了确定这些未知数, 将(8)式两边取对数, 可得

$$\ln N = \ln C - (d_0 + d_1 r + \dots + d_{n-2} r^{n-2}) \ln r. \quad (11)$$

将  $n$  个数据点的  $(r, N)$  坐标值代入式(11), 可得关于  $\ln C, d_0 \sim d_{n-2}$  的线性方程组, 解方程组即可确定这  $n$  个未知数. 根据建立的连续变维分形模型, 应用外插的方法, 可以进行预测<sup>[4]</sup>.

### 4.2 用连续变维分形模型预测吉林西部干旱指数

令  $\Phi_i$  表示表 1 中不同时间段的干旱指数,  $N_i$  为各时间段干旱指数的累计和, 即

$$N_i = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_i. \quad (12)$$

于是有  $N_1 = 3.97, N_2 = 7.19, \dots$ , 为了建立连续变维分形中的参数, 将分维数  $D$  取为非线性形式:

$$D = d_0 + d_1 r + d_2 r^2. \quad (13)$$

以第 1, 2, 3, 4 时间段为基础年, “预测”第 5, 6, 7, 8, 9, 10 时间段的干旱指数, 预测模型得到验证后, 再进行吉林西部 2004—2023 年第 12, 13, 14, 15 时间段干旱指数的分形预测.

将基础年的干旱指数带入式(11), 通过求解线性方程组, 得到  $C = 3.95, d_0 = -0.868, d_1 = 0.792, d_2 = 0.621$ . 将计算结果代入(13)和(8)式, 依次取  $r = 5, 6, 7, 8, 9, 10$ , 于是可以计算出相应的  $N$  值, 结

果见表 2.

表 2 连续变维分形预测模型验证结果

测定项目	时间段					
	5	6	7	8	9	10
预测 $N$ 值	4.99	4.09	4.05	3.96	3.50	3.81
实际 $N$ 值	4.87	4.44	3.93	4.04	4.10	4.03
误差	0.12	0.35	0.12	0.08	0.60	0.22

### 4.3 后验差检验

后验差检验是对模型精度进行合理评价的方法,按照方差比  $C$  和小误差概率  $P$  两个指标进行评定,根据  $C$  和  $P$  的数值将精度标准划分为 4 级,结果见表 3<sup>[19]</sup>.

表 3 模型精度检验分级标准

精度级别	$P$	$C$
好	$> 0.95$	$< 0.35$
合格	$> 0.85$	$< 0.50$
勉强合格	$> 0.70$	$< 0.65$
不合格	$\leq 0.70$	$\geq 0.65$

表 3 中,  $C = S_2 / S_1$ , 其中  $S_1$  为原始数据的方差,  $S_2$  为残差的方差;  $P$  为小误差概率. 通过表 2 中预测  $N$  值和实际  $N$  值的比较, 误差最大值为 0.60, 最小值为 0.08, 平均值为 0.25. 用后验差检验结果分析, 模型的精度  $C = 0.301$ , 小误差概率  $P = 1.211$ , 按照表 3 中的标准,  $P > 0.95$ ,  $C < 0.35$ , 因此, 本文所建立的预测模型精度较高, 可以用来进行其他年份干旱指数的预测. 按照上述方法, 本文进行了吉林西部 2004—2023 年干旱指数的预测, 结果见表 4 和图 1.

表 4 吉林西部 2004—2023 年干旱指数分形预测结果

项目	时间段			
	12	13	14	15
年份	2004—2008	2009—2013	2014—2018	2019—2023
干旱指数	4.07	4.38	5.01	5.35

预测结果表明, 未来 20 a 间吉林西部干旱指数呈上升趋势, 最大值为 5.35, 平均值为 4.70. 与前 11 个时段相比, 最大值增加 0.48, 平均值增加 0.57. 干旱指数持续上升, 反映了该区气候向干旱化演变的趋势. 造成这一演变的原因主要有两方面: 一是诸如干旱、少雨、多风、日照率高等自然因素, 同时受全球气候变暖影响, 气温升高导致蒸发量增大; 二是近几十年来由于不合理开发利用土地资源, 诱发了土地退化(主要表现为土地沙化、土地盐碱化及草场退化), 导致地表植被盖度降低, 干旱程度加剧.

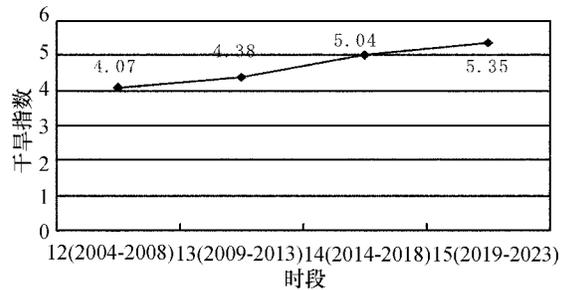


图 1 吉林西部 2004—2023 年干旱指数预测结果

## 5 结论

本文应用分形理论, 首先通过吉林西部 1951—2003 年共 53 a 干旱指数的 R/S 分析, 证明吉林西部的干旱指数具有明显的自相似性, 适宜应用分形模型进行预测; 然后应用连续变维分形模型预测了 2004—2013 年的干旱指数, 并用后验差检验方法验证了模型的精度. 结果表明, 预测方法合理可行, 预测结果准确可靠; 该区干旱指数有增大的趋势, 在自然和人为的共同作用下, 气候将继续向干旱化趋势演变. 本文为干旱指数和吉林西部气候演变的研究提供了新方法; 预测结果将有助于政府相关部门采取有效措施, 对改善吉林西部脆弱的生态环境具有重要的意义.

## [参 考 文 献]

- [ 1 ] 王东生, 曹磊. 混沌、分形及其应用[ M ]. 合肥: 中国科学技术出版社, 1995: 93—99.
- [ 2 ] 黄登仕, 李后强. R/S 分析与分布式布朗运动[ J ]. 自然杂志, 1992, 13(8): 477—483.
- [ 3 ] MANDELBROT B B. How long is the coast of Britain? Statistical self-similarity and fractional dimension[ J ]. Science, 1967, 150(3 775): 636—638.
- [ 4 ] MANDELBROT B B. The fractal geometry of nature[ M ]. New York: Freeman, 1982: 1—376.
- [ 5 ] 姚勇, 焯, 分维、李雅普诺夫指数与混沌[ J ]. 自然杂志, 1987, 10(5): 359—365.
- [ 6 ] 秦耀辰, 刘凯. 分形理论在地理学中的应用研究进展[ J ]. 地理科学进展, 2003, 22(4): 426—436.
- [ 7 ] 李伟, 黎洪德. 旱涝灾害的分形研究方法[ J ]. 灾害学, 2000, 15(2): 17—22.
- [ 8 ] 马建华, 管华. 系统科学及其在地理学中的应用[ M ]. 北京: 科学出版社, 2003: 200—214.
- [ 9 ] 许传良, 张钰, 王小玲. 甘肃省蒸发量及干旱指数研究[ J ]. 甘肃农业, 2004, 10: 67—68.
- [ 10 ] 王娟, 汤洁, 杜崇, 等. 吉林西部农业旱灾变化趋势及其成因分析[ J ]. 灾害学, 2003, 16(2): 27—31.
- [ 11 ] 廉毅, 安刚, 王琪, 等. 吉林省 40 年来气温和降水的变化[ J ]. 应用气象学报, 1997, 8(2): 197—203.
- [ 12 ] 张惠远, 赵昕奕. 吉林省旱涝灾害灾情形成机制研究[ J ]. 自然灾害学报, 1998, 7(2): 37.
- [ 13 ] 成国清, 李广昌. R/S 分析及单井煤层气、水产能的分形预测[ J ]. 江苏煤炭, 2002(1): 16—17.
- [ 14 ] 付昱华. 分形方法分析和预测月平均海面水温[ J ]. 海洋预报, 1995(1): 49—53.
- [ 15 ] 付昱华. 变维分形模型预测台风路径[ J ]. 中国海洋平台, 1999, 14(2): 22—25.
- [ 16 ] 林夏水, 董光壁, 梁芳. 分形的哲学漫步[ M ]. 北京: 首都师范大学出版社, 1999.
- [ 17 ] 吉林省水利厅. 吉林省水旱灾害[ M ]. 长春: 吉林科学技术出版社, 1996: 3—4.
- [ 18 ] 吉林省水利厅. 吉林省水利统计年鉴(1991—2003 年)[ M ]. 长春: 吉林省水利厅, 2004.
- [ 19 ] 吴红斌. 灰色理论在干旱预测中的应用[ EB/OL ]. 水利工程网, <http://www.shuigong.com/papers/zhi li/20051110/>.

## Application of fractal theory in forecasting the drought index in the west of Jilin Province

LI Hai-yi, TANG Jie, SI Ai

(College of Environment and Resources, Jilin University, Changchun 130026, China)

**Abstract:** The degree of drought was reflected by drought index. The change of annual drought index could reflect the evolvement of climate in an area. There was a lack of precipitation and a lot of evaporation, the degree of drought was pricked up gradually in the west of Jilin Province. In this paper, on base of fractal theory, R/S analysis of drought index from 1951 to 2003 in the west of Jilin Province was carried out, and then the Hurst coefficient was calculated. The result showed that there was an obvious self-comparability on time sequence of the drought index in the area. After that, the drought indexes from 2004 to 2023 in this area were forecasted by the model of variable dimension fraction. The result showed that it would keep on drought in the future in the west of Jilin Province.

**Keywords:** drought index; R/S analysis; Hurst coefficient; variable dimension fraction; forecast

(责任编辑: 方 林)